
How Long Are You, Bubble?

蔡家華	R90741056	商研一
林志鴻	R90741075	商研一
劉子維	R90741079	商研一

目 錄

1.	實驗設計緣起.....	2
1.1	實驗動機.....	2
1.2	主題說明.....	3
2	選擇因子及反應變數.....	3
3	選擇實驗設計類型.....	4
4	實驗步驟.....	5
5	實驗結果及統計分析.....	7
5.1	ANOVA.....	7
5.2	Model Adequacy Checking.....	9
5.2.1	常態性檢定.....	9
5.2.2	殘差分析.....	11
5.2.3	Box-Cox Transformation.....	12
5.2.4	迴歸分析.....	13
5.2.5	交叉項效果.....	14
6	結論.....	15
7	附件.....	16

1. 實驗設計緣起

1.1 實驗動機

基於寓教於樂的前提，本次小組決定尋找一個既有趣味、又能應用修課知識的主題來作為期末報告的主題，打破以往虛應了事寫完期末報告的形式，恰巧小組某位對日本節目有莫名狂熱的組員，在觀賞日本綜藝台的時候，發現了一個有趣競賽，激盪出了靈感，也因此小組的題目油然而生。

而靈感來自於綜藝節目當中的某個遊戲，來賓們以線圈拉出的泡泡長度長短來比賽。所以本次的題目就設計一個實驗，來探討『會影響泡泡長度的因素』，藉由本次實驗，來提供後人在締造泡泡長度紀錄時參考的依據。

值得一提的是，本組在決定題目目前尚有另外一個題目同時在考量，該題目為『探討會影響紙橋載重量的因素』，但由於這個實驗的難易性太低，擔心實驗題目無法達到研究生的水準，因此就放棄這個題目。

1.2 主題說明

前面已經題過，此次實驗的目的是希望藉由實驗設計的找出會影響泡泡長度的重要因子，實驗前我們考量到實驗的成本、可行性、組員能力、及組員的時間等因素，而決定出實驗為『Two-Level Fractional Factorial Design』，每個因子都決定 High-Level 及 Low-level，因子數目大約 6 ~ 8 個，實驗次數約以 $2^5 = 32$ 或 $2^6 = 64$ 為主。

所謂的『泡泡』是以洗潔精、甘油、和水混和所組成的溶劑，我們再以鐵製線圈，沾上溶劑、再放上四驅車，藉由車子前進的動力，拉出泡泡，再利用數位攝影機拍下泡泡破裂的那一剎那，求出泡泡的總長度。

在實驗的過程中，我們發現了一些限制：

- 由於泡泡破裂的時點太快，即使用攝影機拍下，有時亦不易精確的看出泡泡長度。因此我們的刻度尺以五公分為最小的單位。而所求出的泡泡長度將不會是連續型，反而是離散型的資料。
- 四驅車在移動時，可能不見得會照著直線跑，因此必須額外的架設類似跑道型的障礙，以阻隔並矯正四驅車行進的方向；但有時四驅車在碰到跑道時會停下來而造成實驗失敗、或是撞倒跑道造成震動而使泡泡破裂，因而造成許多困擾。

2. 選擇因子與反應變數

根據以上的實驗目的及動機，小組透過腦力激盪，想出了可能會影響泡泡長度的六個因子，分別如下表所列。理所當然的，反應變數即為四趨車所拉出泡泡的長度。

因子代號	因子名稱	說明
A	溶液混合比例	試劑『清潔劑、甘油、水』的混和比例
B	線圈大小	線圈總面積 (cm ²) 的大小
C	線圈形狀	線圈的外觀形狀
D	車速	四趨車的行走速度
E	線圈停滯於空氣中時間	線圈浸泡過溶液後、產生泡泡前，在空氣中停留的時間
F	線圈浸泡溶液時間	實驗前，線圈在試劑中浸泡的時間

每個因子都分別有兩個 level 值，分別為 high-level(+ 1)及 low-level(- 1)，列表如下：

因子代號	因子名稱	Low-level (+ 1)	High-level (- 1)
A	溶液混合比例	7 : 4 : 100	10 : 1 : 100
B	線圈大小	78.54 cm ²	176.71 cm ²
C	線圈形狀	三角形	圓形
D	車速	13800 (無載重轉速)	19300 (無載重轉速)
E	線圈停滯於空氣中時間	3 秒	1 秒
F	線圈浸泡溶液時間	5 秒	3 秒

3. 選擇實驗設計類型

在 6 個因子的選擇、每個因子有 2 個 level 的設計、若加上 3 個重複實驗，則總實驗次數會有 $2^6 \times 3 = 192$ 次實驗。但考慮到課堂上所學到的 Fractional 的方法，可以以比較少的實驗次數、節省人力、時間、成本，同樣可以達到相當不錯的結論之下，本實驗採用 Fractional 的方式，所以總實驗次數為：

$$2^{6-2} \times 3 \text{ replicates} = 48 \text{ 次實驗}$$

其中 $E = ABC$, $F = ADE$ 。

Design Metrics 節錄如下表，完整的數據詳列於附件一。

Std	Run	Block	A 溶液 混合比例	B 線圈大小	C 線圈形狀	D 車速	E 線圈停滯於 空氣中時間	F 線圈浸泡 溶液時間	Y 泡泡長度
1	1	Block 1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	
2	18	Block 1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	
3	44	Block 1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	
4	24	Block 1	1	-1	-1	-1	1	-1	
5	37	Block 1	1	-1	-1	-1	1	-1	

而此實驗的 Defining Relation 為：

$$I = ABCE = ADEF = BCDF$$

Aliased Terms 為：

$$[\text{Intercept}] = \text{Intercept}$$

$$[A] = A + BCE + DEF$$

$$[B] = B + ACE + CDF$$

$$[C] = C + ABE + BDF$$

$$[D] = D + AEF + BCF$$

$$[E] = E + ABC + ADF$$

$$[F] = F + ADE + BCD$$

$$[AB] = AB + CE$$

$$[AC] = AC + BE$$

$$[AD] = AD + EF$$

$$[AE] = AE + BC + DF$$

$$[AF] = AF + DE$$

$$[BD] = BD + CF$$

$$[BF] = BF + CD$$

$$[ABD] = ABD + ACF + BEF + CDE$$

$$[ABF] = ABF + ACD + BDE + CEF$$

4. 實驗步驟

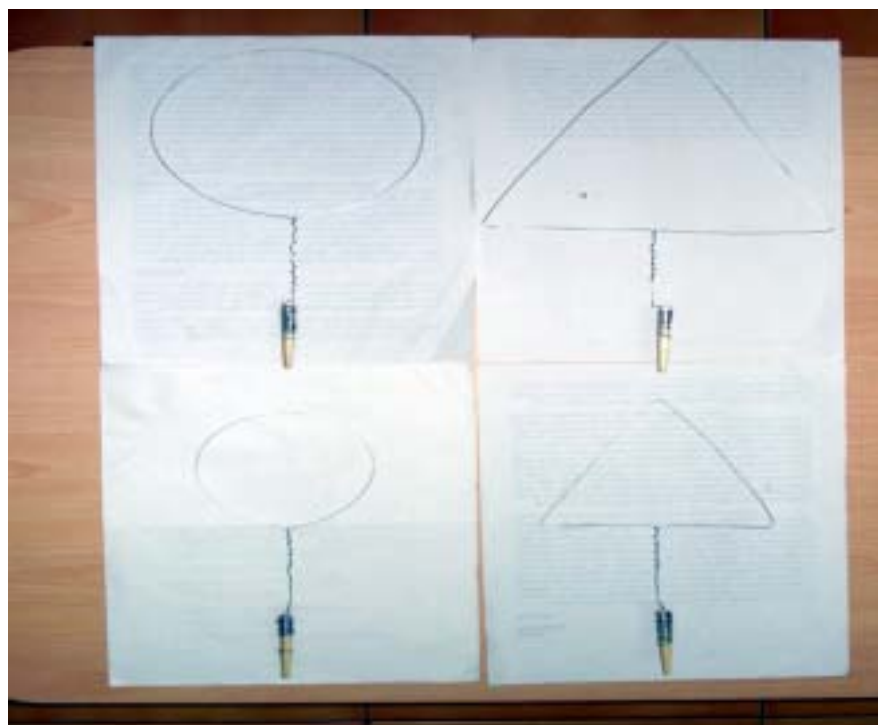
Step 1：準備試體

用最小刻度為 1ml 的針筒精確的量過清潔劑、甘油、水的比例，分別為 7：4：100 及 10：1：100 混合（水的總量均為 700ml）。混合完畢，用兩容器分別存放一星期，使試劑混合均勻。



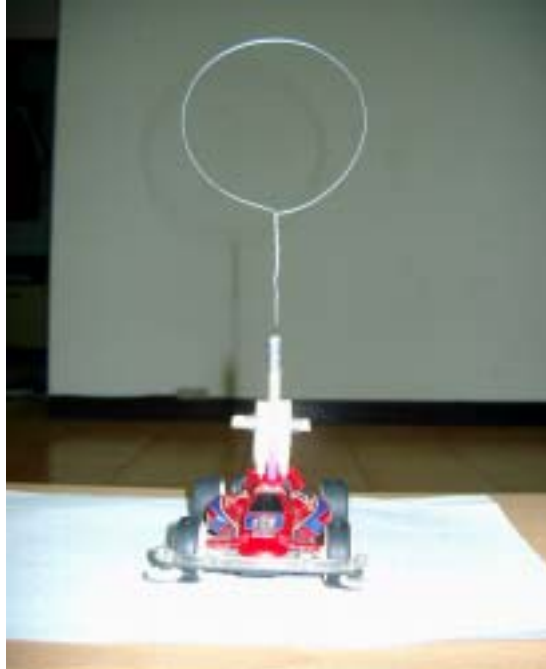
Step 2：製作線圈

在試體混合均勻的這段時間內，我們開始製作吹泡泡所需要使用到的線圈。線圈的材質須固定以避免誤差，所以我們準備了四隻相同的鐵線圈，製作出一大一（面積大小不同）與一圓形一三角形（面積相同）的線圈。

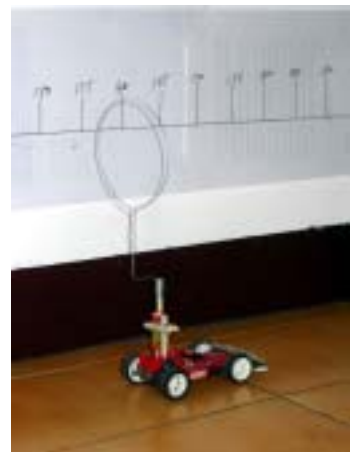


Step 3：移動機具

在此實驗中需要兩個速度不同的機具來移動線圈，以產生泡泡。所以我們選擇了一部四驅車，來架設線圈，當四驅車的電源打開後，四驅車向前前進時即可產生泡泡。為了有兩種不同的速度，我們可以選擇兩種不同轉速的引擎來置換，這樣可以使誤差降到最低。

**Step 4：人員配置**

本組有三人，一人負責起點四驅車的起跑，一人負責接車，另一人以攝影或拍照的方式紀錄泡泡的長度。

**Step 5：數據分析**

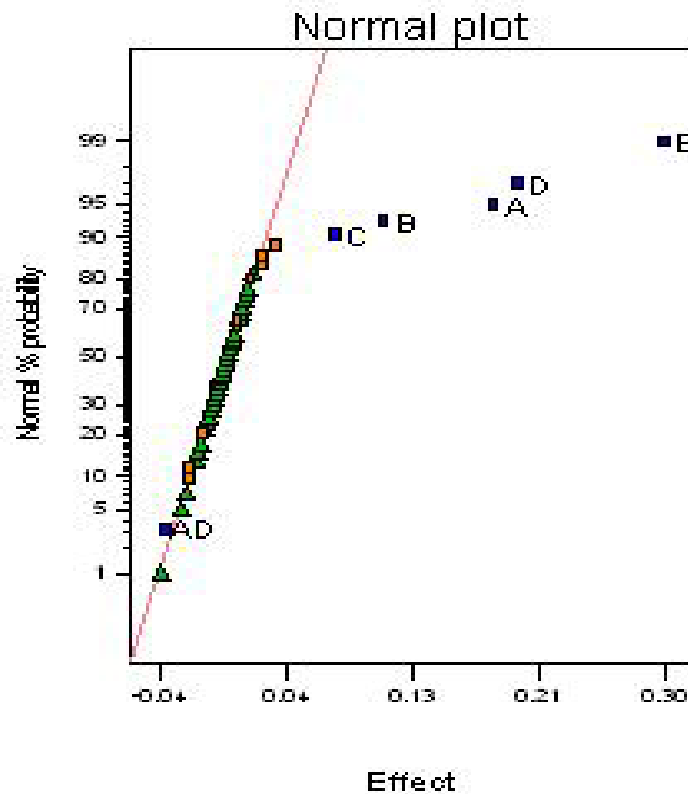
將我們所得到的數據記錄於 Design Expert 軟體中進行分析，找出影響顯著的因子以及因子間是否存在著交互作用。

5. 實驗結果及統計分析

5.1 ANOVA

由以下的 Normal plot 可以看出，重要的因子為：

A、B、C、D、E、AD



再對這些顯著的因子，進行 ANOVA 的分析，得到 ANOVA 表如下：

Source	SS	DF	MS	F Value	Prob > F	
Model	2.1925	6	0.365417	76.18008	< 0.0001	significant
A	0.403333	1	0.403333	84.08475	< 0.0001	
B	0.140833	1	0.140833	29.36017	< 0.0001	
C	0.0675	1	0.0675	14.07203	0.0005	
D	0.48	1	0.48	100.0678	< 0.0001	
E	1.08	1	1.08	225.1525	< 0.0001	
AD	0.020833	1	0.020833	4.34322	0.0434	
Residual	0.196667	41	0.004797			
Lack of Fit	0.051667	9	0.005741	1.266922	0.2922	not significant
Pure Error	0.145	32	0.004531			
Cor Total	2.389167	47				

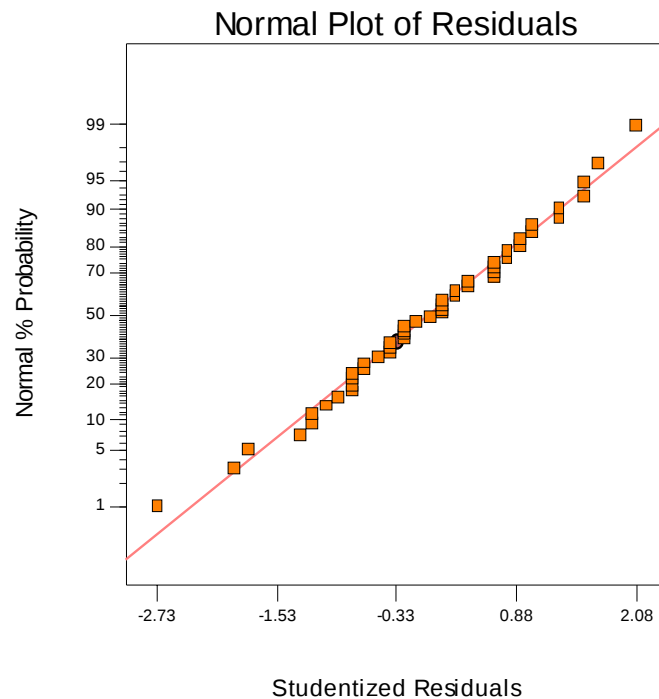
由上表可之，MODEL，且在 LOF 的 P 值 = 0.2922(不顯著)中可以發現，模式也並沒有所謂的不適合性，因此此分析是合理的。

Std. Dev.	0.069259	R-Squared	0.917684
Mean	1.395833	Adj R-Squared	0.905638
C.V.	4.961807	Pred R-Squared	0.887177
PRESS	0.269554	Adeq Precision	32.76802

再由上表可以得知，R-Squared 相當的高，告訴我們這些顯著的因子已經可以很完善的解釋造成泡泡長度不同的原因。

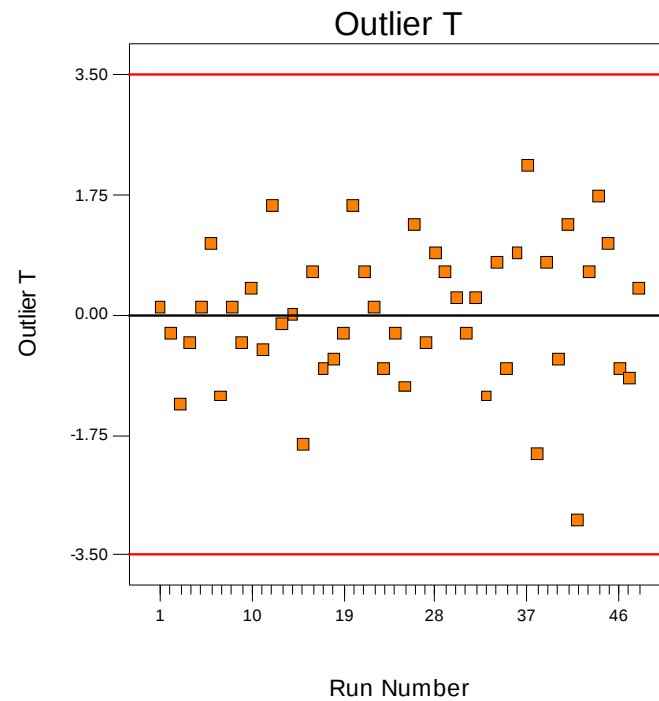
5.2 Model Adequacy Checking

5.2.1 常態性檢定



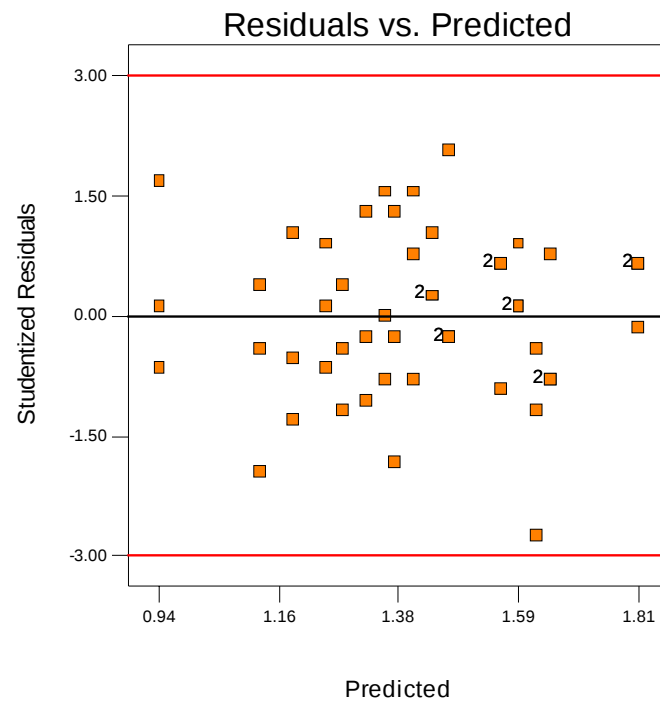
進行 ANOVA 的分析必須符合前提：殘差為常態性的假設。若是不符合常態性，則此資料將不適合作 ANOVA 分析。

而由上圖可以發現，點幾乎都散佈在直線的附近，沒有很明顯的偏差發生，因此可以說殘差符合常態性的假設，我們可以放心的進行統計分析的工作。

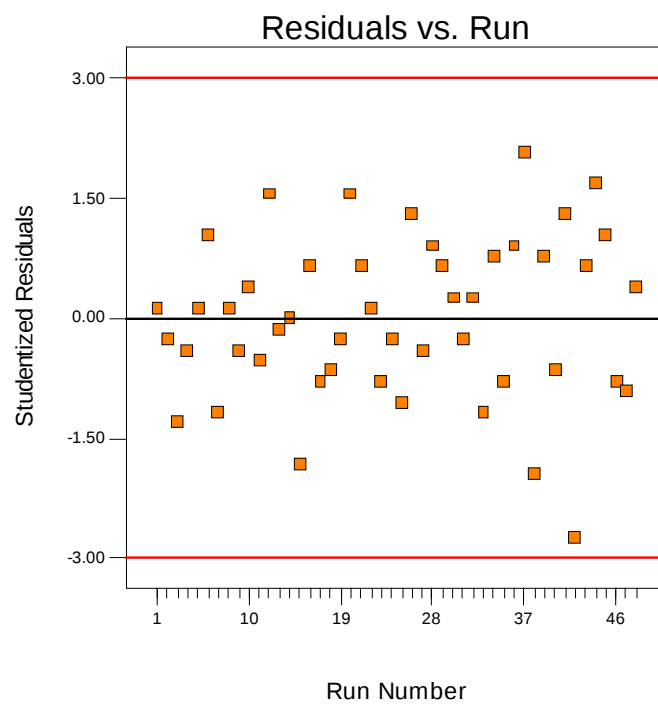


再由上圖可以看出，這次的實驗數據並沒有明顯的極端值，可能原因是因為我們在實驗之前，有採取 20 次的 Warm-up，之後才開始正式紀錄數據。

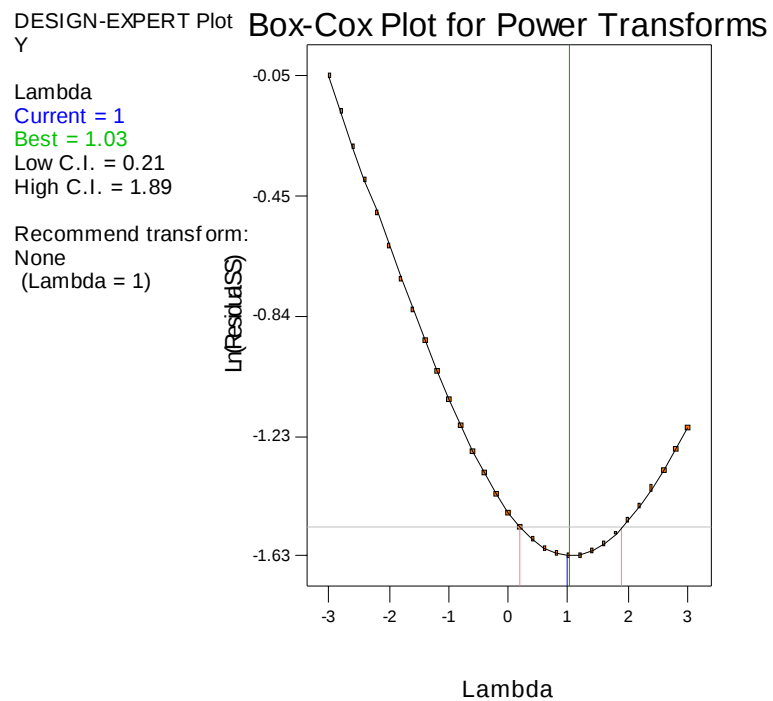
5.2.2 殘差分析



由上圖可以看出，殘差並沒有呈現明顯的趨勢狀態，散佈情況還算蠻均勻，不用再對資料進行轉換的動作。



5.2.3 Box-Cox Transformation



由上圖可知，資料不需再進行轉換的動作。

5.2.4 迴歸線

下面列出此次實驗的預測迴歸線：

●Final Equation in Terms of Coded Factors：

$$\begin{aligned}\text{泡泡長度} = & 1.395833 \\ & 0.091667 * A \\ & 0.054167 * B \\ & 0.0375 * C \\ & 0.1 * D \\ & 0.15 * E \\ & -0.02083 * A * D\end{aligned}$$

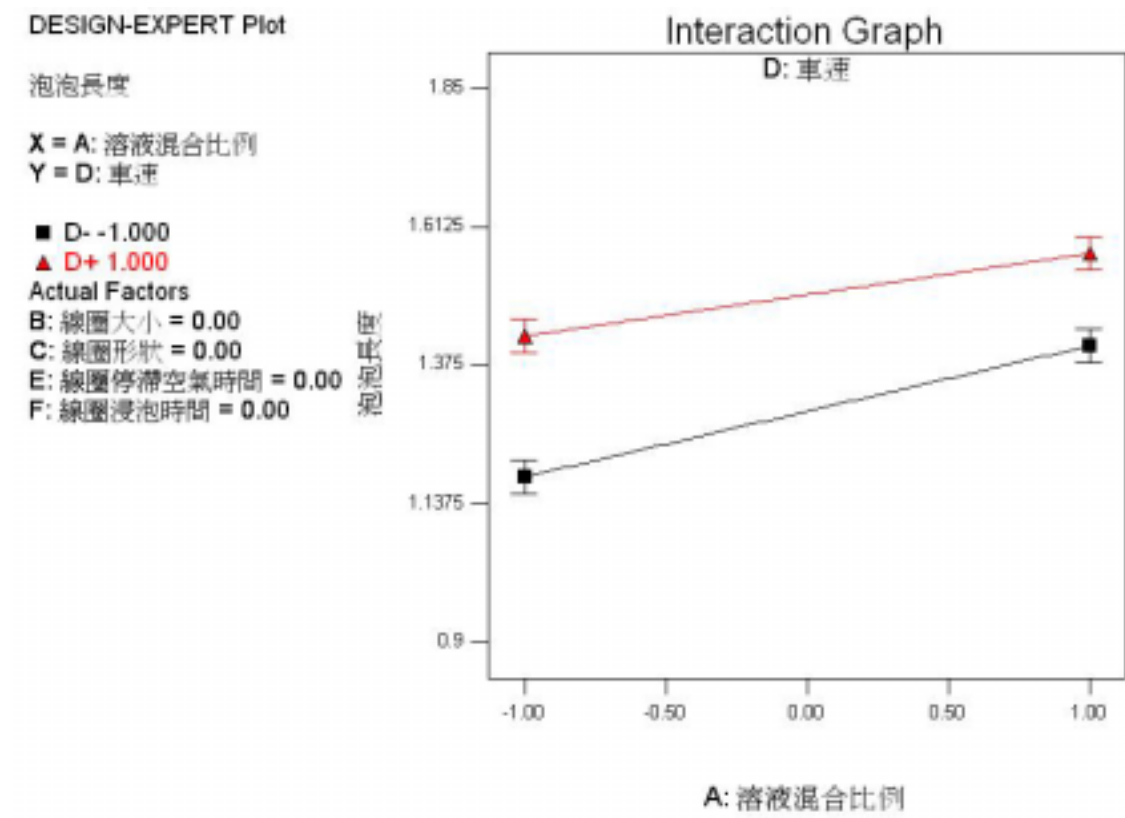
●Final Equation in Terms of Actual Factors：

$$\begin{aligned}\text{泡泡長度} = & 1.395833 \\ & 0.091667 * \text{溶液混合比例} \\ & 0.054167 * \text{線圈大小} \\ & 0.0375 * \text{線圈形狀} \\ & 0.1 * \text{車速} \\ & 0.15 * \text{線圈停滯空氣時間} \\ & -0.02083 * \text{溶液混合比例} * \text{車速}\end{aligned}$$

由上面的迴歸式可以發現，各個顯著的因子對於泡泡長度的影響方向為：

顯著因子	影響泡泡長度的效果
溶液混合比例	正向
線圈大小	正向
線圈形狀	正向
車速	正向
線圈停滯空氣時間	正向
溶液混合比例 * 車速	負向

5.2.5 交叉項效果



6. 結論

- (1) 實驗結果，會影響泡泡長度的重要因子為：溶液混合比例、線圈大小、線圈形狀、車速、線圈停滯空氣時間及溶液混合比例 * 車速的交互項效果。
- (2) 由上可知，選擇一個良好的黃金混和比例、用大型的圓形線圈、沾過溶液後的線圈最好能在空氣中停留的時間短、搭配較快速的行進速度，可以拉出較長的泡泡。
- (3) 雖然某些重要的因子對泡泡長度有正向的影響，但是效果卻不是越大越好，泡泡長度仍會有一個臨界值存在，不可能無止盡的拉長，因此在此實驗所跑出的迴歸線必須實驗的範圍之內才有意義。
- (4) 可供改進之處為：四驅車的穩定性、線圈形狀的精確度（圓形較難達成）、刻度尺的精確度等。
- (5) 往後實驗應可想出更多可能會影響泡泡長度的因子，例如：實驗場所的風速等。

7. 附件

附表一：實驗設計 Metrics 如下：

Std	Run	Block	A 溶液 混合比例	B 線圈大小	C 線圈形狀	D 車速	E 線圈停滯於 空氣中時間	F 線圈浸泡 溶液時間	Y 泡泡長度
1	1	Block 1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0.95
2	18	Block 1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0.9
3	44	Block 1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1.05
4	24	Block 1	1	-1	-1	-1	1	-1	1.45
5	37	Block 1	1	-1	-1	-1	1	-1	1.6
6	19	Block 1	1	-1	-1	-1	1	-1	1.45
7	14	Block 1	-1	1	-1	-1	1	1	1.35
8	17	Block 1	-1	1	-1	-1	1	1	1.3
9	20	Block 1	-1	1	-1	-1	1	1	1.45
10	4	Block 1	1	1	-1	-1	-1	1	1.25
11	48	Block 1	1	1	-1	-1	-1	1	1.3
12	33	Block 1	1	1	-1	-1	-1	1	1.2
13	25	Block 1	-1	-1	1	-1	1	1	1.25
14	2	Block 1	-1	-1	1	-1	1	1	1.3
15	26	Block 1	-1	-1	1	-1	1	1	1.4
16	36	Block 1	1	-1	1	-1	-1	1	1.3
17	40	Block 1	1	-1	1	-1	-1	1	1.2
18	22	Block 1	1	-1	1	-1	-1	1	1.25
19	38	Block 1	-1	1	1	-1	-1	-1	1
20	10	Block 1	-1	1	1	-1	-1	-1	1.15
21	9	Block 1	-1	1	1	-1	-1	-1	1.1
22	46	Block 1	1	1	1	-1	1	-1	1.6
23	34	Block 1	1	1	1	-1	1	-1	1.7
24	35	Block 1	1	1	1	-1	1	-1	1.6
25	3	Block 1	-1	-1	-1	1	-1	1	1.1
26	11	Block 1	-1	-1	-1	1	-1	1	1.15
27	45	Block 1	-1	-1	-1	1	-1	1	1.25
28	42	Block 1	1	-1	-1	1	1	1	1.45
29	27	Block 1	1	-1	-1	1	1	1	1.6
30	7	Block 1	1	-1	-1	1	1	1	1.55

31	28	Block 1	-1	1	-1	1	1	-1	1.65
32	8	Block 1	-1	1	-1	1	1	-1	1.6
33	5	Block 1	-1	1	-1	1	1	-1	1.6
34	30	Block 1	1	1	-1	1	-1	-1	1.45
35	6	Block 1	1	1	-1	1	-1	-1	1.5
36	32	Block 1	1	1	-1	1	-1	-1	1.45
37	21	Block 1	-1	-1	1	1	1	-1	1.6
38	47	Block 1	-1	-1	1	1	1	-1	1.5
39	43	Block 1	-1	-1	1	1	1	-1	1.6
40	12	Block 1	1	-1	1	1	-1	-1	1.5
41	39	Block 1	1	-1	1	1	-1	-1	1.45
42	23	Block 1	1	-1	1	1	-1	-1	1.35
43	15	Block 1	-1	1	1	1	-1	1	1.25
44	31	Block 1	-1	1	1	1	-1	1	1.35
45	41	Block 1	-1	1	1	1	-1	1	1.45
46	29	Block 1	1	1	1	1	1	1	1.85
47	13	Block 1	1	1	1	1	1	1	1.8
48	16	Block 1	1	1	1	1	1	1	1.85
