

DESIGN OF EXPERIMENTS

FINAL PROJECT REPORT

Optimize the factors affecting the performance of a water rocket



INSTRUCTOR 郭瑞祥 教授

TEAM

柯冠州 B88701204

曹智祥 B88701224

陳錫平 B88701237

B8701237@dove.cc.ntu.edu.tw

Contents

目錄

1

EXECUTIVE SUMMARY 2

動機

摘要

問題認知與描述 2

水火箭的原理

因子的選擇 3

實驗設計 3

實驗執行 3

實驗結果 4

統計分析 5

ANOVA 分析 5

REGRESSION 分析 5

Box-Cox 檢定 6

RESIDUAL 檢定 7

結論與建議 10

檢討 10

EXECUTIVE SUMMARY

動機

水火箭是一種用物理原理，模擬火箭飛行的學玩具，簡單的水火箭常拿來當做中小學科學實驗教具之用，然而其實世界上還有多水火箭迷，將水火箭發揚的多姿多采，甚至能飛到離地高達四百公尺。此外還有各種表演用途，我們即是因為其中有人挑戰過，本報看過不少國內外如法國香港日本等國家水火箭資訊，認是很好的題材，材料容易取得，希望用實驗者的技術造十個噸重的實驗，來最佳的水火箭表現。

摘要

我們的專題若以水火箭為主題，首先會介紹水火箭的構造原理，整理出能實驗的方向，然後決定能觀察水火箭表現的因子，之後僅作一個 2^k full design with one replicate，從那裡使用同一架水火箭執行實驗，收集數據使用歸納水火箭和其測量儀器氣筒而觀察數據具體的學分析，我們將用Design Expert 來做統計分析。最後實驗結論，改善設計。

問題認知與描述

水火箭的原理

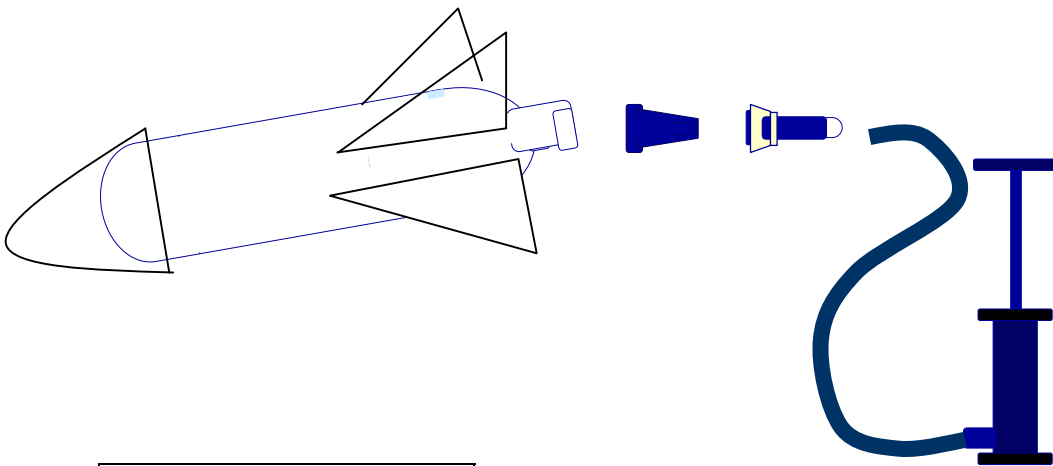
火箭利用相對燃燒噴出的氣體的相互作用力來向前推進。而水火箭類似概念，以為推進力，灌入高壓空氣將動力往後噴出，使火箭飛行的要素及原理有：

加水—提供量以增重量

打氣—利用水筒內外氣壓差，產生作用力

發射—利用質量守恆及作用力與反作用力使水筒前進

飛行—主要阻力 地心引力及氣阻為阻力來源



因子的選擇與實驗設計

基礎的獲得物理的知識,我們選定了水量,氣壓,發射仰角實驗因子。

水量影響火箭重力和反作用力,如果太多水可能會太重而一發就墜落,太少反作用力不足,飛不遠,我們將水量定在100 到200c.c.之間

氣壓影響反作用力的大小,一般需要60psi 以上,我們設定的限是80psi。

發射仰角有基礎物理知識知道當 $\theta = 45^\circ$ 時,水平飛行距離會有最大值 $= V^2 / g$, 其中g 為重力加速度,V 為發射速度

此外,我們認為風可能會對實驗的變異,於是風向作為Block。我採用的實驗法是 2^3 block design added a single replicate ,response 是飛行的距離 增加一個replicate 以衡量實驗差 共需進行32 次實驗 因子及level 表如下:

Factor	Low Level	High Level
A 仰角	45 °	60 °
B 水量	60psi	80psi
C 氣壓	100c.c.	200c.c.
Block	逆風	順風

實驗執行

我實驗的場地選在管樂二館的草地上,一次完成32 個實驗,response 的單位是1.5meter。而三個組員各自負責打水,打氣,測量紀錄三項工作,以避免因人因素對實驗變異

實驗結果

下面收集到的資料

Data Collection

Std	Run	Block	Factor 1 A:仰角	Factor 2 B:水量	Factor 3 C:氣壓	Response 1 飛行距離
24	1	Block 1	1.00	-1.00	-1.00	33
7	2	Block 2	-1.00	-1.00	-1.00	33
13	3	Block 2	1.00	1.00	-1.00	24
10	4	Block 1	-1.00	-1.00	1.00	37.5
18	5	Block 1	-1.00	1.00	1.00	57
32	6	Block 2	1.00	-1.00	1.00	46.5
21	7	Block 1	-1.00	1.00	-1.00	37.5
27	8	Block 1	-1.00	1.00	-1.00	42
9	9	Block 1	-1.00	-1.00	1.00	31.5
29	10	Block 2	-1.00	1.00	-1.00	39.75
5	11	Block 2	-1.00	-1.00	-1.00	21.75
6	12	Block 1	1.00	1.00	-1.00	43.5
11	13	Block 2	-1.00	-1.00	1.00	33.45
1	14	Block 1	-1.00	-1.00	-1.00	24
28	15	Block 1	1.00	-1.00	1.00	49.5
19	16	Block 2	-1.00	1.00	1.00	67.5
3	17	Block 1	-1.00	-1.00	-1.00	36
2	18	Block 2	1.00	-1.00	1.00	56.25
20	19	Block 2	-1.00	1.00	1.00	53.25
26	20	Block 2	1.00	-1.00	-1.00	49.5
15	21	Block 1	1.00	1.00	1.00	46.5
23	22	Block 1	1.00	-1.00	-1.00	34.5
4	23	Block 1	1.00	1.00	-1.00	37.5
17	24	Block 1	-1.00	1.00	1.00	64.5
31	25	Block 2	-1.00	1.00	-1.00	33
16	26	Block 2	1.00	1.00	1.00	54
14	27	Block 1	1.00	1.00	1.00	54
22	28	Block 2	1.00	1.00	1.00	52.5
30	29	Block 1	1.00	-1.00	1.00	52.5
12	30	Block 2	-1.00	-1.00	1.00	36
25	31	Block 2	1.00	-1.00	-1.00	42
8	32	Block 2	1.00	1.00	-1.00	33.75

統計分析

我們採用Design Expert 建議模型,即2F1 來進行分析

ANOVA 分析

Analysis of variance table [Partial sum of squares]

Source	Sum of Squares	DF	Mean Square	F Value	Prob > F	
Block	0.72	1	0.72			
Model	3254.11	6	542.35	15.12	< 0.0001	significant
A	119.35	1	119.35	3.33	0.0807	
B	475.09	1	475.09	13.24	0.0013	
C	1620.23	1	1620.23	45.16	< 0.0001	
AB	793.02	1	793.02	22.10	< 0.0001	
AC	2.812E-003	1	2.812E-003	7.838E-005	0.9930	
BC	246.42	1	246.42	6.87	0.0150	
Residual	861.14	24	35.88			
Lack of Fit	365.98	8	45.75	1.48	0.2404	not significant
Pure Error	495.16	16	30.95			
Cor Total	4115.97	31				

The Model F-value of 15.12 implies the model is significant. There is only a 0.01% chance that a "Model F-Value" this large could occur due to noise.

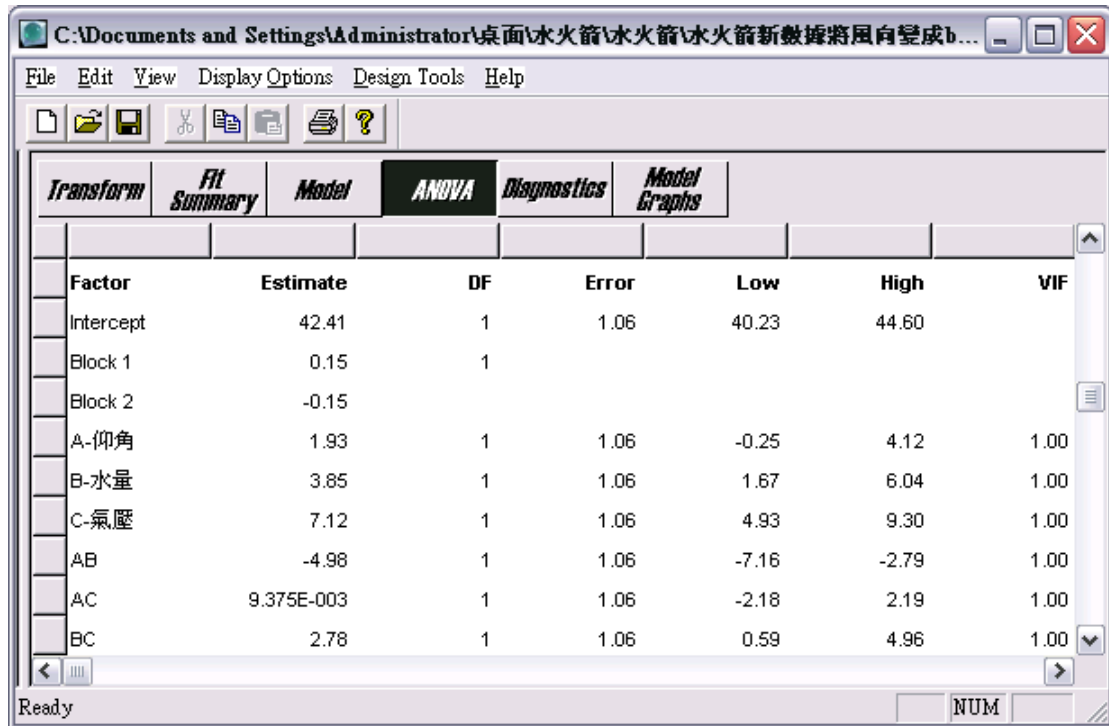
Ready NUM

REGRESSION 分析

Final Equation in Terms of Coded Factors:

$$\begin{aligned} \text{飛行距離} = & \\ & +42.41 \\ & +1.93 * A \\ & +3.85 * B \\ & +7.12 * C \\ & -4.98 * A * B \\ & +9.375E-003 * A * C \\ & +2.78 * B * C \end{aligned}$$

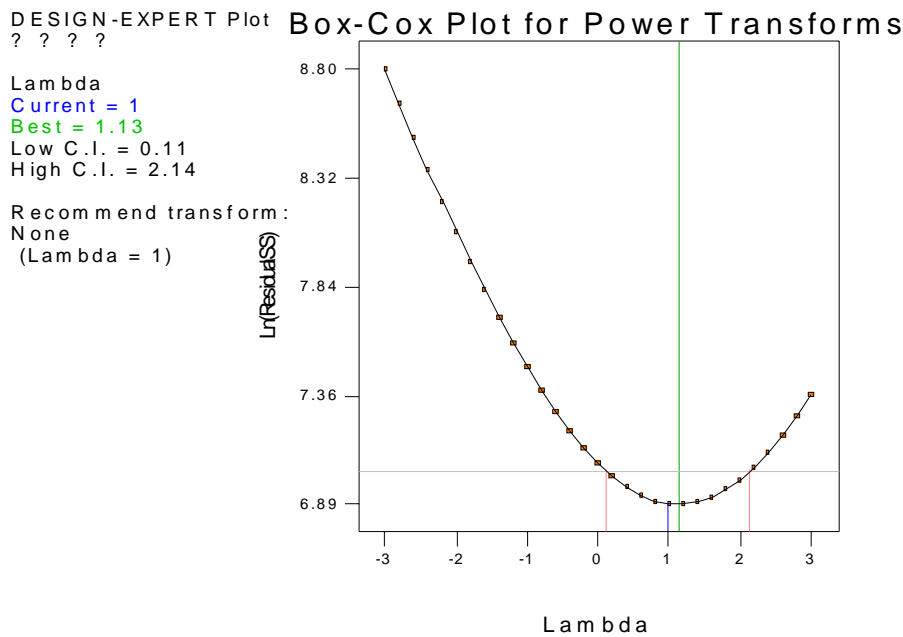
Ready



判定數	Adjusted R-Squared	Predicted R-Squared		
Source	Dev.	R-Squared	R-Squared	R-Squared
2FI	5.99	0.7907	0.7384	0.6280

Box-Cox 檢定

根據BOX-COX Plot 我們的資料不需轉換

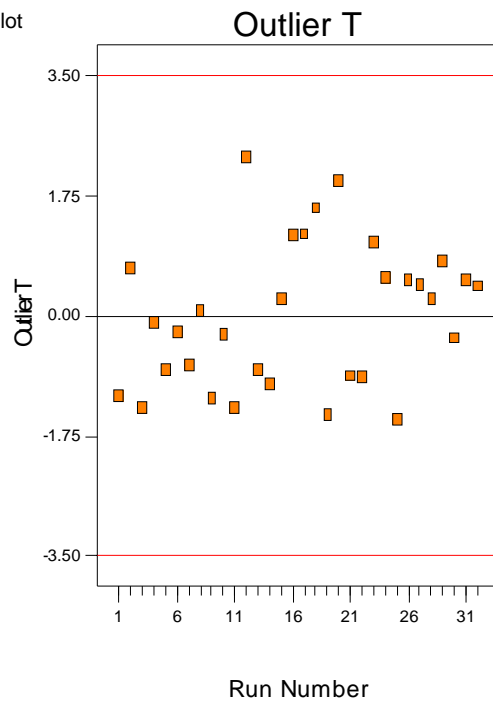


由分析, 顯著因子有A, B, C, 和其兩交互項, 模型解釋力達73%

RESIDUAL 檢定

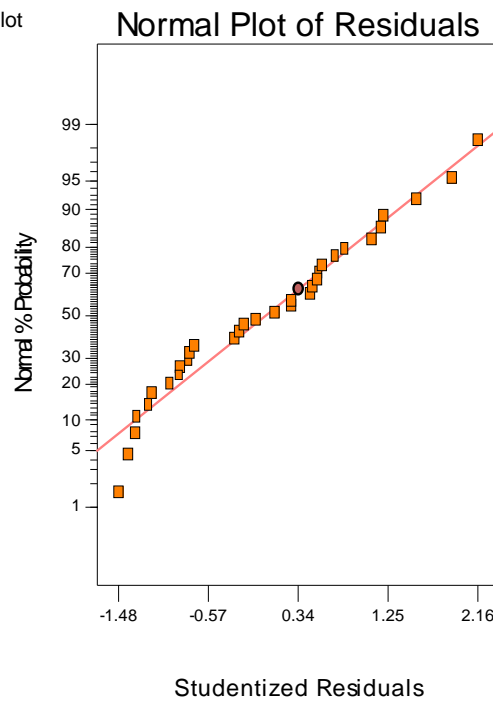
我們先觀察點中是否有離群值。

DESIGN-EXPERT Plot
? ? ? ?



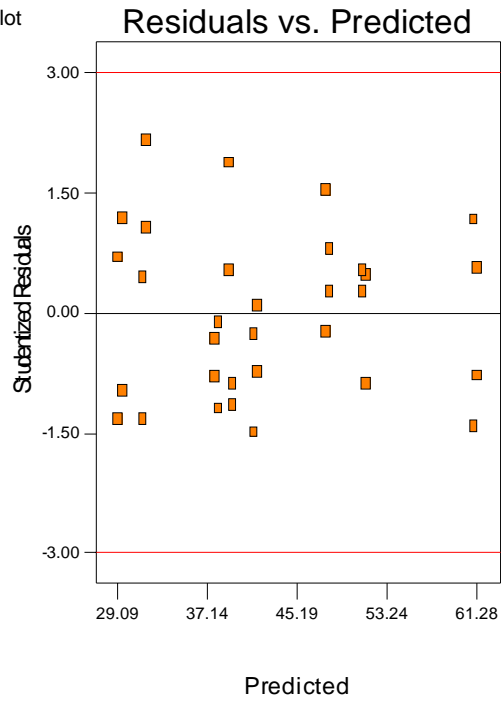
=> 此圖顯示無明顯的 outlier。

DESIGN-EXPERT Plot
? ? ? ?



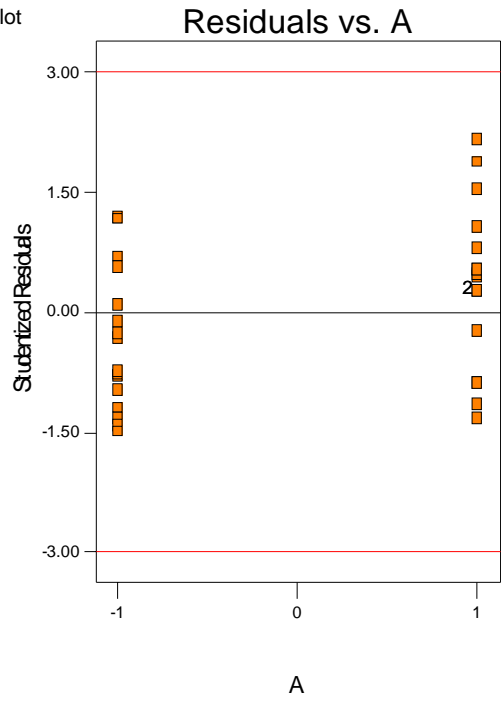
=> 顯著結果符合正態分配

DESIGN-EXPERT Plot
? ? ? ?

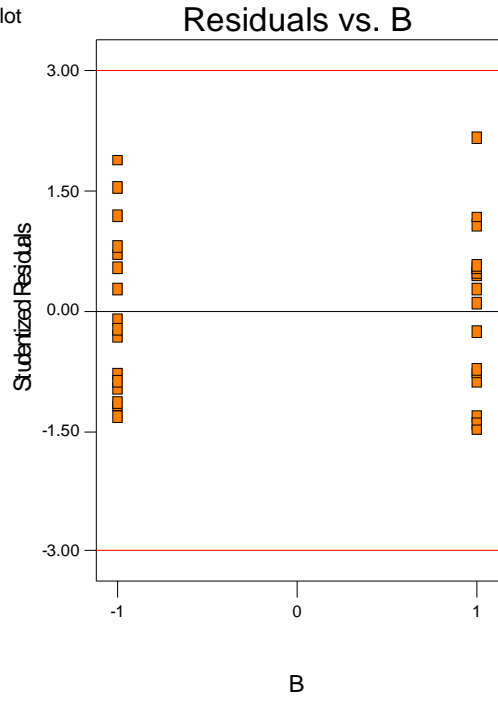


=> 沒有不一致情形

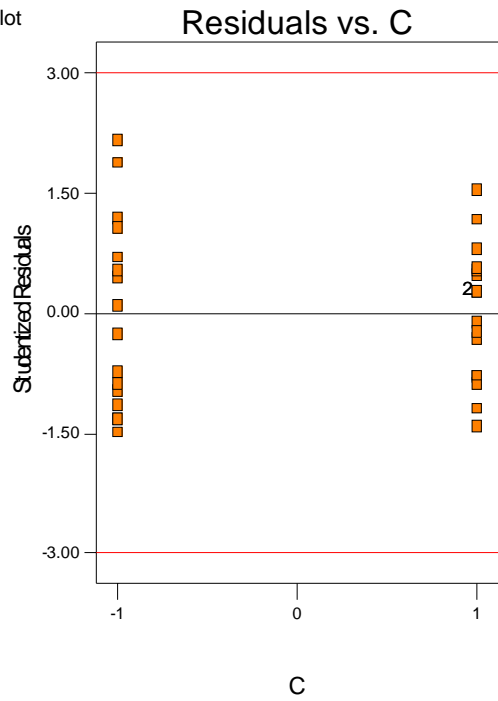
DESIGN-EXPERT Plot
? ? ? ?



DESIGN-EXPERT Plot
? ? ? ?



DESIGN-EXPERT Plot
? ? ? ?



=> 上圖顯示對於模型是線性的。

結論與建議

由上述實驗可知,在我們的預算範圍內,高壓,高水量,高仰角可以射得遠,但是水量仰角是相關,我們的解釋是仰角太高而水量又多時,整個水箭的重心都在底部,再遠就會因為動力不足而落下,而假使仰角應該是仰角即45度最遠,但實驗結果是近60度會較遠,我們的解釋是量測的差,會使水箭比我們測量的角度還用仰角射,所以60度實際可能接近真正的45度角。下面是電腦算出的最佳化,與我們實驗結果不相合。

A	B	C	Distance	Desirability	
<u>-1.00</u>	<u>1.00</u>	<u>1.00</u>	<u>59.1933</u>	<u>0.592</u>	<u>Selected</u>

檢討

這次實驗最佳化做的沒有很好,可能是量變異太大,我們歸納可能原因,可作為參考改進實驗用。

- 製作粗糙,且總量使用32次
- 風速風向的變化
- 實驗因子level範圍太大,無法精確估計
- 測量仰角問題,因為每次距離相差20公尺以上,測量有差