

DESIGN OF EXPERIMENTS

FINAL PROJECT REPORT

Optimize the factors affecting the performance of a water rocket



INSTRUCTOR 郭瑞祥 教授

TEAM

柯冠州 B88701204

曹智祥 B88701224

陳錫平 B88701237

B8701237@dove.cc.ntu.edu.tw

Contents

目錄

1

EXECUTIVE SUMMARY 2

動機

摘要

問題認知與描述 2

水火箭的原理

因子的選擇 3

實驗設計 3

實驗執行 3

實驗結果 4

統計分析 5

ANOVA 分析 5

REGRESSION 分析 5

Box-Cox 檢定 6

RESIDUAL 檢定 7

結論與建議 10

檢討 10

EXECUTIVE SUMMARY

動機

水火箭是一種用物理原理，模擬火箭飛行的學玩具，簡單的水火箭常拿來當做中小學科學實驗教具之用，然而其實世界上還有多水火箭迷，將水火箭發揚的多姿多采，甚至能飛到離地高達四百公尺。此外還有各種表演用途，我們即是因為其中有人挑戰過，本組看過不少國內外如法國香港日本等國家玩水火箭資訊，認是很好的題材，材料容易取得，希望用實驗者的支持做十個噴嚏的實驗，來最佳的水火箭表現。

摘要

我們的專題若以水火箭為主題，首先會介紹水火箭的構造原理，整理出能實驗的方向，然後決定能觀察水火箭表現的因子，之後僅作一個 2^k full design with one replicate，從那裡使用同一架水火箭執行實驗，收集數據使用歸納水火箭和其測量儀器氣筒而觀察數據的學分析，我們將用Design Expert 來做統計分析。最後實驗結論，改善噴嚏。

問題認知與描述

水火箭的原理

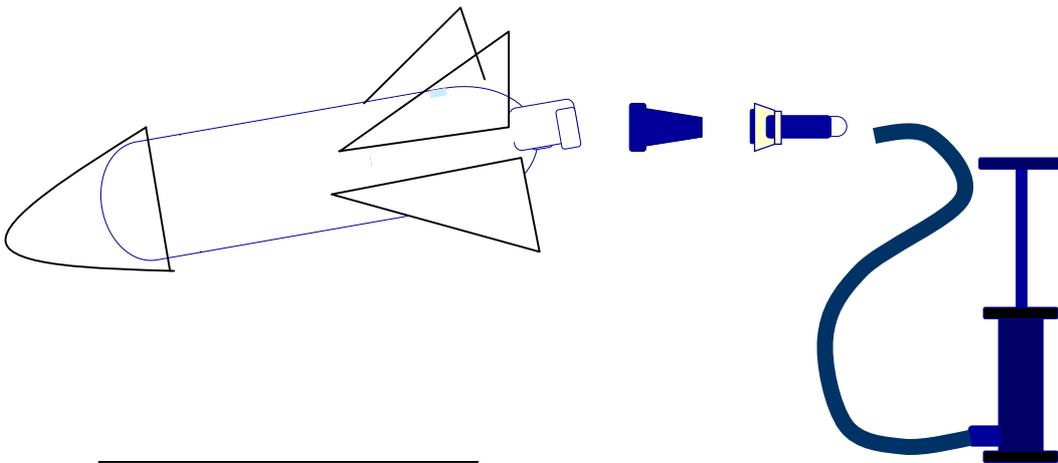
火箭利用相對燃燒噴出的氣體的相互作用力來向前推進。而水火箭的概念，以為推進力，灌入高壓空氣將動力往後噴出，使火箭飛行的要素及原理有：

加水—提供量以增重量

打氣—利用水筒內外氣壓差，產生作用力

發射—利用質量守恆及作用力與反作用力使水筒前進

飛行—主要阻力 地心引力及氣阻為阻力來源



因子的選擇與實驗設計

基礎的獲得物理的知識,我們選定了水量,氣壓,發射仰角實驗因子。

水量影響火箭重力和反作用力,如果太多水可能會太重而一發就墜落,太少反作用力不足,飛不遠,我們將水量定在100 到200c.c.之間

氣壓影響反作用力的大小,一般需要60psi 以上,我們設定的限是80psi。

發射仰角有基礎物理知識知道當 $\theta = 45^\circ$ 時,水平飛行距離會有最大值 $= V^2 / g$, 其中g 為重力加速度,V 為發射速度

此外,我們認為風可能會對實驗的變異,於是風向作為Block。我採用的實驗是 2^3 block design added a single replicate ,response 是飛行的距離 增加一個replicate 以衡量實驗差 共需進行32 次實驗 因子及level 表如下:

Factor	Low Level	High Level
A 仰角	45 °	60 °
B 水量	60psi	80psi
C 氣壓	100c.c.	200c.c.
Block	逆風	順風

實驗執行

我實驗的場地是在管架工廠的算地,一次完成32 個實驗,response 的單位是1.5meter。而三個組員各自負責打水,打氣,測量紀錄三項工作,以避免因人因素對實驗變異

實驗結果

下面收集到的資料

Data Collection

Std	Run	Block	Factor 1 A:仰角	Factor 2 B:水量	Factor 3 C:氣壓	Response 1 飛行距離
24	1	Block 1	1.00	-1.00	-1.00	33
7	2	Block 2	-1.00	-1.00	-1.00	33
13	3	Block 2	1.00	1.00	-1.00	24
10	4	Block 1	-1.00	-1.00	1.00	37.5
18	5	Block 1	-1.00	1.00	1.00	57
32	6	Block 2	1.00	-1.00	1.00	46.5
21	7	Block 1	-1.00	1.00	-1.00	37.5
27	8	Block 1	-1.00	1.00	-1.00	42
9	9	Block 1	-1.00	-1.00	1.00	31.5
29	10	Block 2	-1.00	1.00	-1.00	39.75
5	11	Block 2	-1.00	-1.00	-1.00	21.75
6	12	Block 1	1.00	1.00	-1.00	43.5
11	13	Block 2	-1.00	-1.00	1.00	33.45
1	14	Block 1	-1.00	-1.00	-1.00	24
28	15	Block 1	1.00	-1.00	1.00	49.5
19	16	Block 2	-1.00	1.00	1.00	67.5
3	17	Block 1	-1.00	-1.00	-1.00	36
2	18	Block 2	1.00	-1.00	1.00	56.25
20	19	Block 2	-1.00	1.00	1.00	53.25
26	20	Block 2	1.00	-1.00	-1.00	49.5
15	21	Block 1	1.00	1.00	1.00	46.5
23	22	Block 1	1.00	-1.00	-1.00	34.5
4	23	Block 1	1.00	1.00	-1.00	37.5
17	24	Block 1	-1.00	1.00	1.00	64.5
31	25	Block 2	-1.00	1.00	-1.00	33
16	26	Block 2	1.00	1.00	1.00	54
14	27	Block 1	1.00	1.00	1.00	54
22	28	Block 2	1.00	1.00	1.00	52.5
30	29	Block 1	1.00	-1.00	1.00	52.5
12	30	Block 2	-1.00	-1.00	1.00	36
25	31	Block 2	1.00	-1.00	-1.00	42
8	32	Block 2	1.00	1.00	-1.00	33.75

統計分析

我們採用Design Expert 建議模型,即2F1 來進行分析

ANOVA 分析

Analysis of variance table [Partial sum of squares]

Source	Sum of Squares	DF	Mean Square	F Value	Prob > F	
Block	0.72	1	0.72			
Model	3254.11	6	542.35	15.12	< 0.0001	significant
A	119.35	1	119.35	3.33	0.0807	
B	475.09	1	475.09	13.24	0.0013	
C	1620.23	1	1620.23	45.16	< 0.0001	
AB	793.02	1	793.02	22.10	< 0.0001	
AC	2.812E-003	1	2.812E-003	7.838E-005	0.9930	
BC	246.42	1	246.42	6.87	0.0150	
Residual	861.14	24	35.88			
Lack of Fit	365.98	8	45.75	1.48	0.2404	not significant
Pure Error	495.16	16	30.95			
Cor Total	4115.97	31				

The Model F-value of 15.12 implies the model is significant. There is only a 0.01% chance that a "Model F-Value" this large could occur due to noise.

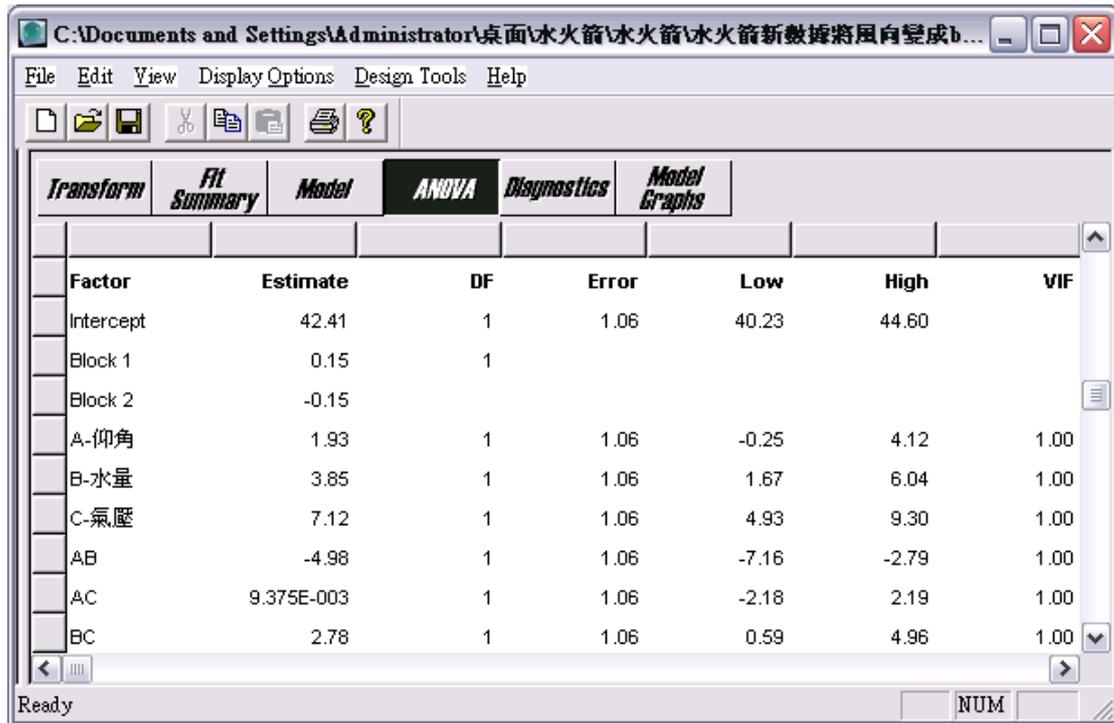
Ready NUM

REGRESSION 分析

Final Equation in Terms of Coded Factors:

$$\begin{aligned} \text{飛行距離} = & \\ & +42.41 \\ & +1.93 * A \\ & +3.85 * B \\ & +7.12 * C \\ & -4.98 * A * B \\ & +9.375E-003 * A * C \\ & +2.78 * B * C \end{aligned}$$

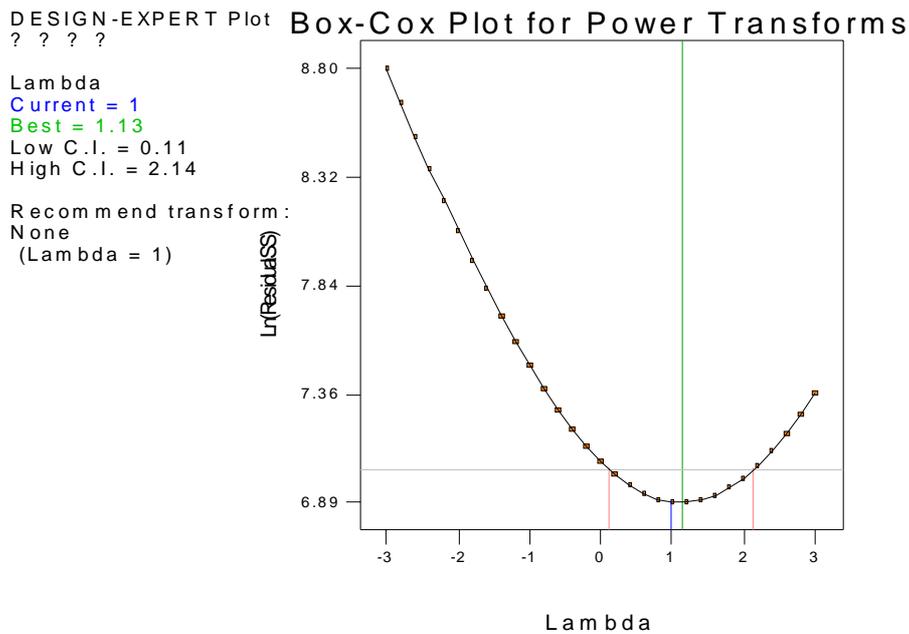
Ready



Source	Dev.	R-Squared	Adjusted R-Squared	Predicted R-Squared
2FI	5.99	0.7907	0.7384	0.6280

Box-Cox 檢定

根據BOX-COX Plot 我們的資料不需轉換

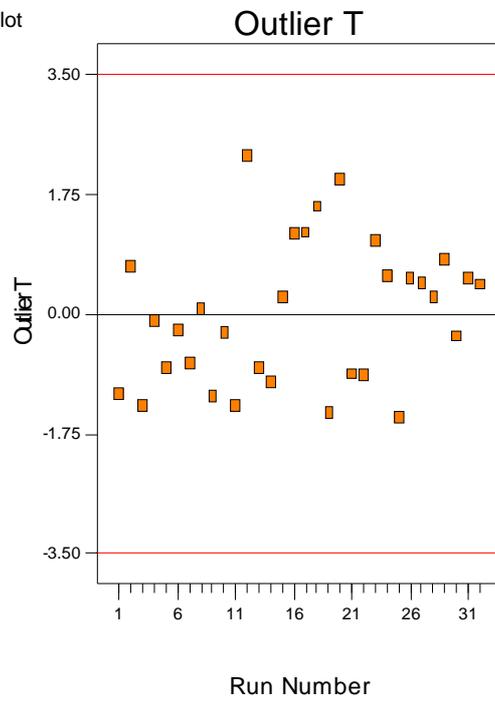


由分析, 顯著因子有A, B, C, 和其兩交互項, 模型解釋力達73%

RESIDUAL 檢定

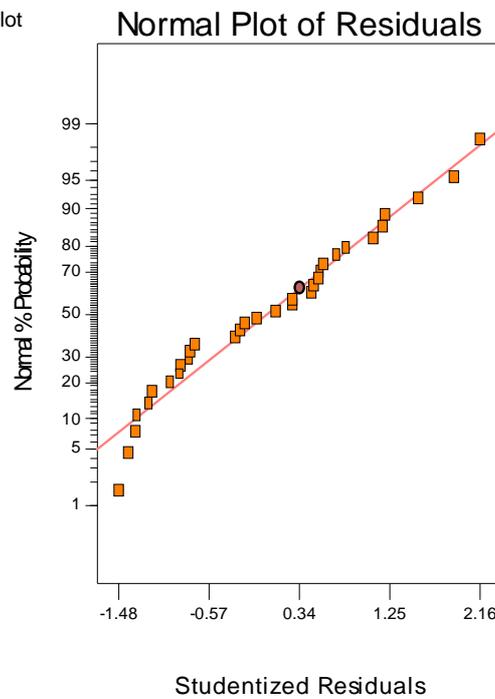
我們先觀察點中是否有離群值。

DESIGN-EXPERT Plot
? ? ? ?



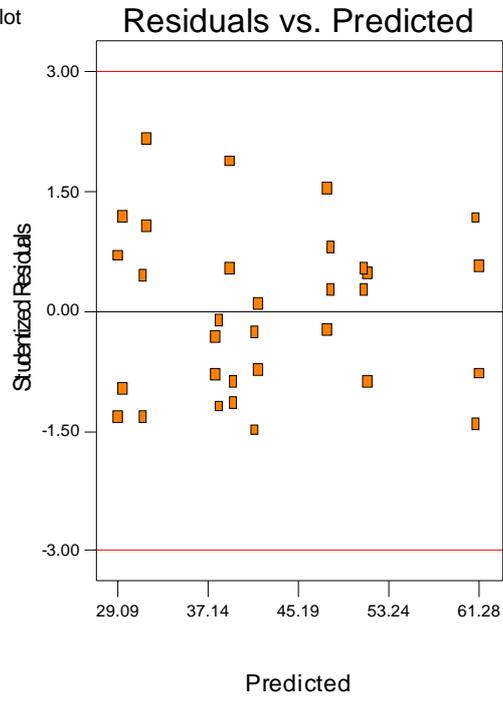
=> 此圖顯示無明顯的 outlier。

DESIGN-EXPERT Plot
? ? ? ?



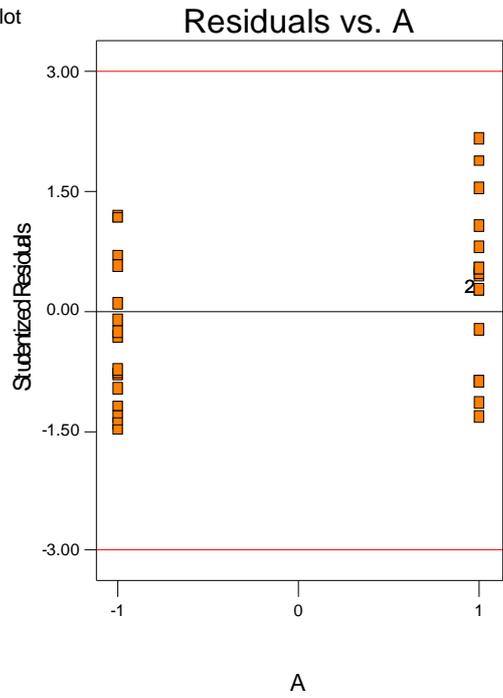
=> 顯著結果符合正態分配

DESIGN-EXPERT Plot
? ? ? ?

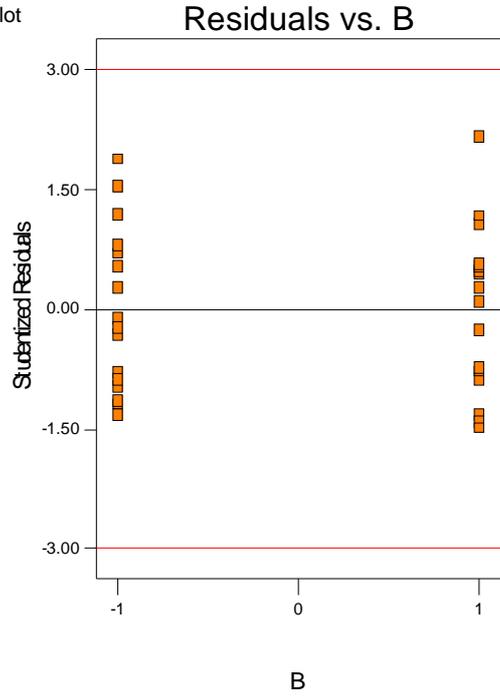


=> 沒有不一致情形

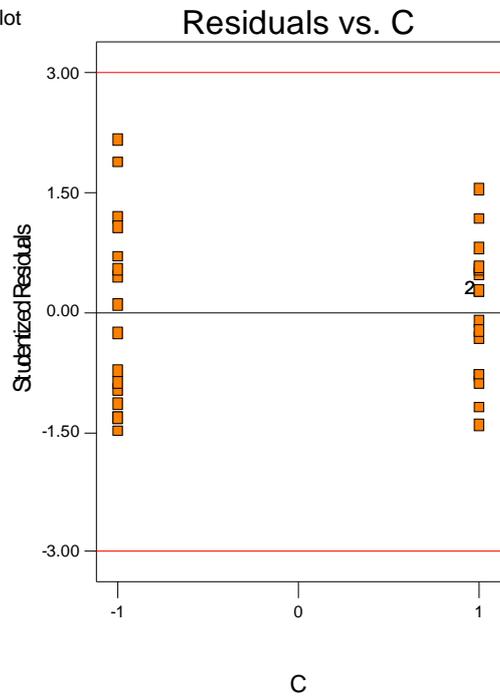
DESIGN-EXPERT Plot
? ? ? ?



DESIGN-EXPERT Plot
? ? ? ?



DESIGN-EXPERT Plot
? ? ? ?



=> 上圖顯示對於模型是線性的。

結論與建議

由上述實驗可知,在我們的預算範圍內,高壓,高水量,高仰角可以射得遠,但是水量仰角是相關,我們的解釋是仰角太高而水量又多時,整個水箭的重心都在底部,再遠就會因為動力不足而落下,而理論說仰角應該要取角度即45度最遠,但實驗結果是近60度會較遠,我們的解釋是量測的差,會使水箭比我們測量的角度還用仰角射,所以60度實際可能接近真正的45度角。下面是電腦算出的最佳化,與我們實驗結果不相合。

A	B	C	Distance	Desirability	
<u>-1.00</u>	<u>1.00</u>	<u>1.00</u>	<u>59.1933</u>	<u>0.592</u>	<u>Selected</u>

檢討

這次實驗最佳化做的沒有很好,可能是量變異太大,我們歸納可能原因,可作為參考改進實驗用。

- 製作粗糙,且總量使用32次
- 風速風向的變化
- 實驗因子level範圍太大,無法精確估計
- 測量仰角問題 因為每次距離相差20公尺以上,測量有差