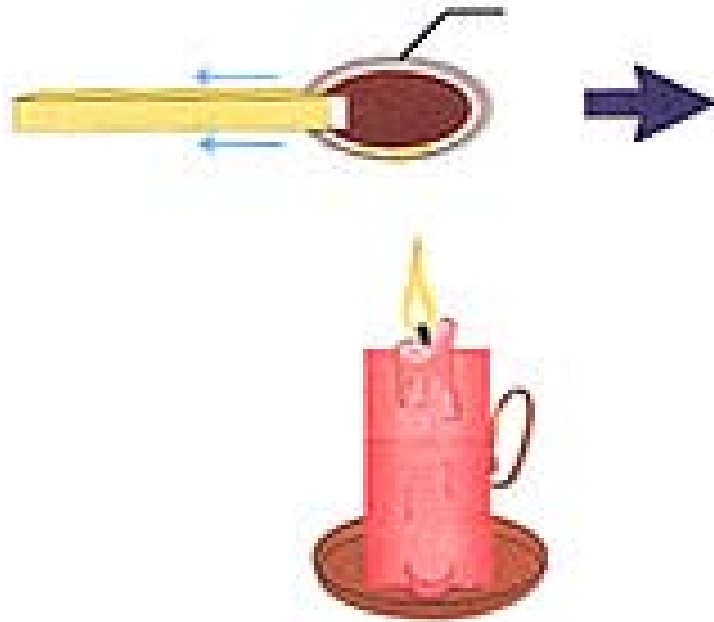


實驗設計期末報告

# 火柴火箭



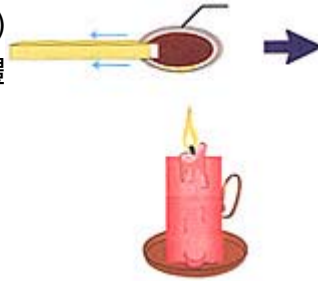
B87701219 詹子慶

B87701235 徐千捷

B88701249 劉至軒

## (一)火柴火箭原理

牛頓第三運動定律：(作用與反作用力)  
如果以一力等(拉)一物體時，該物體  
同時會以大小相等、方向相反的力推  
(拉)施力者。



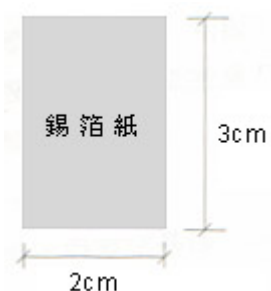
包覆錫箔之火柴加熱時，錫箔內部之  
空氣因受熱膨脹而使內部壓力增大，  
當壓力大至一定程度時，氣體會由錫箔最脆弱處噴出。若錫  
箔包覆緊密且厚，則氣體將由後方錫箔與火柴棒交界面噴  
出，使火柴棒向前飛行。

## (二)實驗器材

火柴  
鋁箔紙  
打火機  
膠帶  
玻璃杯  
捲尺  
椅子



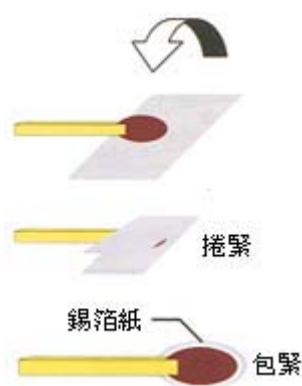
### (三)火柴火箭製作



步驟

一

剪取長方形錫箔紙一片，長約3cm，寬約2cm



步驟

二

將火柴至於錫箔紙上包起來，木棒部份需露出。運用錫箔紙將火柴之火藥部份包覆起來，將內部之空氣盡量壓出。錫箔紙與木棒交接處需留小孔，以使氣體排出時，產生一瞬間衝力。



步驟

三

將已包覆好之火柴棒，置於發射器上然後移動，使錫箔紙包覆部份至蠟燭火焰上加熱，待火柴之火藥燃燒，迷你火箭便會因內部空氣受熱膨脹，氣體由錫箔紙與木棒交接處突然排出而向前衝。

## (四) 實驗因子

為了要研究怎樣的火柴火箭才能飛的遠，本組以下列四個實驗因子來探討

實驗因子	LEVEL	
<p><b>火柴長短</b> 火柴的長短不同，重量也不同，較輕的火柴是否較快？抑或短的火柴會導致飛行不穩定？</p>	<p><b>短(50%)</b></p> 	<p><b>長</b></p> 
<p><b>火柴品牌</b> 市面上最常見的兩種不同包裝的品牌，是否會影響發射的結果？</p>	<p><b>散裝</b></p> 	<p><b>盒裝</b></p> 
<p><b>發射表面</b> 在不同的表面上發射，是否會因摩擦力或導熱性不同而影響結果？</p>	<p><b>桌面</b></p> 	<p><b>玻璃杯</b></p> 
<p><b>火力大小</b> 加熱的火力大小和飛行距離是否有關係？</p>	<p><b>-</b></p> 	<p><b>+</b></p> 

## (五) 實驗設計

為了了解每個因子的影響是否顯著，我們選擇採用  $2^4$  Factorial design，並且重複兩次，以下為實驗設計表：

Std	Run	Block	火柴長短	火柴品牌	發射表面	火力大小	發射距離
31	1	Block 1	長	盒裝	玻璃杯	+	
27	2	Block 1	長	散裝	玻璃杯	+	
23	3	Block 1	長	盒裝	桌面	+	
20	4	Block 1	長	散裝	桌面	+	
1	5	Block 1	短	散裝	桌面	-	
7	6	Block 1	長	盒裝	桌面	-	
32	7	Block 1	長	盒裝	玻璃杯	+	
9	8	Block 1	短	散裝	玻璃杯	-	
18	9	Block 1	短	散裝	桌面	+	
26	10	Block 1	短	散裝	玻璃杯	+	
29	11	Block 1	短	盒裝	玻璃杯	+	
11	12	Block 1	長	散裝	玻璃杯	-	
22	13	Block 1	短	盒裝	桌面	+	
13	14	Block 1	短	盒裝	玻璃杯	-	
6	15	Block 1	短	盒裝	桌面	-	
19	16	Block 1	長	散裝	桌面	+	
30	17	Block 1	短	盒裝	玻璃杯	+	
16	18	Block 1	長	盒裝	玻璃杯	-	
28	19	Block 1	長	散裝	玻璃杯	+	
14	20	Block 1	短	盒裝	玻璃杯	-	
12	21	Block 1	長	散裝	玻璃杯	-	
21	22	Block 1	短	盒裝	桌面	+	
5	23	Block 1	短	盒裝	桌面	-	
8	24	Block 1	長	盒裝	桌面	-	
10	25	Block 1	短	散裝	玻璃杯	-	
24	26	Block 1	長	盒裝	桌面	+	
17	27	Block 1	短	散裝	桌面	+	
3	28	Block 1	長	散裝	桌面	-	
4	29	Block 1	長	散裝	桌面	-	
15	30	Block 1	長	盒裝	玻璃杯	-	
2	31	Block 1	短	散裝	桌面	-	
25	32	Block 1	短	散裝	玻璃杯	+	

## (六) 實驗流程

- **場地**

為了避免因風造成的變異，我們選擇在室內進行實驗(管理學院系學會辦公室)，將門窗都關上，並且遠離冷氣出風口。

- **鋁箔紙剪裁**

避免因人為因素造成剪裁的大小會有不同，故安排同一個人剪裁鋁箔紙片。

- **火柴棒剪裁**

避免因人為因素造成剪裁的長短會有不同，故安排同一個人剪裁火柴棒。

- **火箭製作**

避免因人為因素造成製作出的火箭會有不同，故安排同一個人製作所有的火箭，主要是希望鋁箔紙包覆火柴頭的方法一致。

- **火箭點火發射**

避免因人為因素造成點火發射的方式會有不同，故安排同一個人負責發射所有的火箭，而發射角度一律為水平發射，打火機擺放位置離火柴約五公分。



原來準備以塑膠以及玻璃作為發射表面比較，但試射時發現塑膠會溶化故改以桌面為發射表面

- **發射失敗**

若出現以下情事則判定為發射失敗並重新發射

- I. 點燃後未離開發射表面，或成自由落體狀態掉下。
- II. 發射後發現鋁箔紙被燒破。
- III. 小組成員一致認為發射失敗時得重新發射。

- **測量**

以發射位置投影之地面位置開始計算，測量發射之距離，為避免因人為因素造成之誤差，安排同一人作為測量員。

(七)實驗結果：

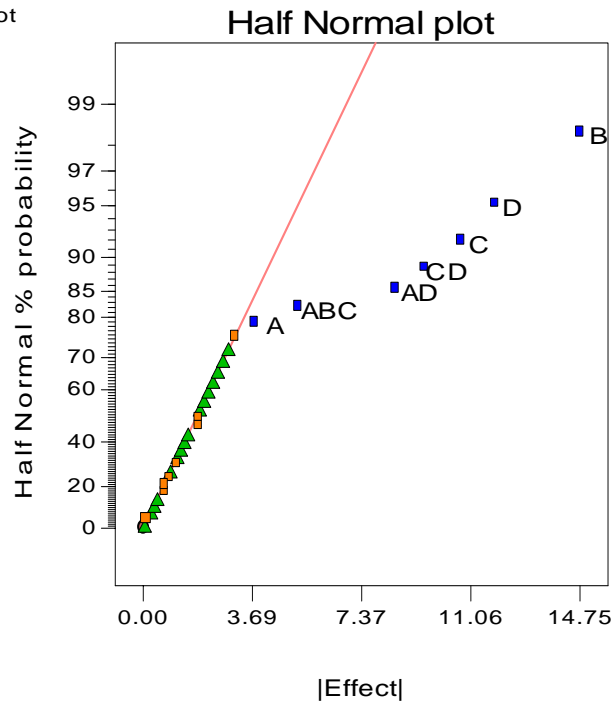
run	結果(cm)	run	結果(cm)
1	86	17	101
2	84	18	86
3	76	19	73
4	63	20	100
5	76	21	70
6	86	22	57
7	99	23	101
8	81	24	94
9	55	25	89
10	65	26	79
11	87	27	61
12	80	28	77
13	69	29	68
14	109	30	77
15	90	31	90
16	51	32	78

## (八) 實驗分析

### Significance Test

DESIGN-EXPERT Plot  
μo@g¶ZÄ÷

A: αδ@a^aøμu  
B: αδ@a^~μP  
C: μo@g^oP  
D: αδαOαjαp



→選擇 A、B、C、D、AD、CD、ABC 作為顯著因子。



## ANOVA Table

Response: 發射距離

ANOVA for Selected Factorial Model

Analysis of variance table [Partial sum of squares]

Source	Sum of Squares	DF	Mean Square	F Value	Prob > F	
Model	5426.125	7	775.1607	17.75601	< 0.0001	顯著
A	112.5	1	112.5	2.576951	0.1215	不顯著
B	1740.5	1	1740.5	39.86829	< 0.0001	顯著
C	924.5	1	924.5	21.17681	0.0001	顯著
D	1128.125	1	1128.125	25.84109	< 0.0001	顯著
AD	578	1	578	13.2398	0.0013	顯著
CD	722	1	722	16.5383	0.0004	顯著
ABC	220.5	1	220.5	5.050823	0.0341	顯著
Residual	1047.75	24	43.65625			
Lack of Fit	159.75	8	19.96875	0.359797	0.9270	不顯著
Pure Error	888	16	55.5			
Cor Total	6473.875	31				

Design Expert 在考量 Model Hierarchical Terms 正確性之下，建議加入 AB、AC、BC 三個因子。本組認為這些交叉因子並不顯著，仍然決定刪去。

由 ANOVA Table 可知，本組的模型是顯著的。顯著因子為 B(火柴品牌)、C(發射表面)、D(火力大小)、AD、CD、ABC。

Std. Dev.	6.607288	R-Squared	0.838157
Mean	79.9375	Adj R-Squared	0.790953
C.V.	8.265567	Pred R-Squared	0.712279
PRESS	1862.667	Adeq Precision	14.03753

Adj R-Squared 為 0.79，是一個相當高的值，可見本模型解釋能力良好。

除去不顯著的 A，新的 ANOVA Table 如下：

Source	Sum of Squares	DF	Mean Square	F Value	Prob > F	
Model	5313.625	6	885.6042	19.08218	< 0.0001	顯著
B	1740.5	1	1740.5	37.50269	< 0.0001	顯著
C	924.5	1	924.5	19.92028	0.0001	顯著
D	1128.125	1	1128.125	24.3078	< 0.0001	顯著
AD	578	1	578	12.45421	0.0016	顯著
CD	722	1	722	15.55699	0.0006	顯著
ABC	220.5	1	220.5	4.751131	0.0389	顯著
Residual	1160.25	25	46.41			
Lack of Fit	272.25	9	30.25	0.545045	0.8211	不顯著
Pure Error	888	16	55.5			
Cor Total	6473.875	31				
Std. Dev.	6.812489	R-Squared	0.82078			
Mean	79.9375	Adj R-Squared	0.777767			
C.V.	8.522269	Pred R-Squared	0.706365			
PRESS	1900.954	Adeq Precision	14.3978			

Adj R-Squared 反而略微降低。

由於以下因素，本組決定仍把 A 放在 model 中。

- 去掉因子 A 後，Adj R-Squared 變差
- 在前一次的 ANOVA 分析中，因子 A 雖不夠顯著，但是 p-value 還算小
- 在考量 Model Hierarchical Terms 正確性之下，Design Expert 建議加入因子 A

**Coefficient Estimates:**

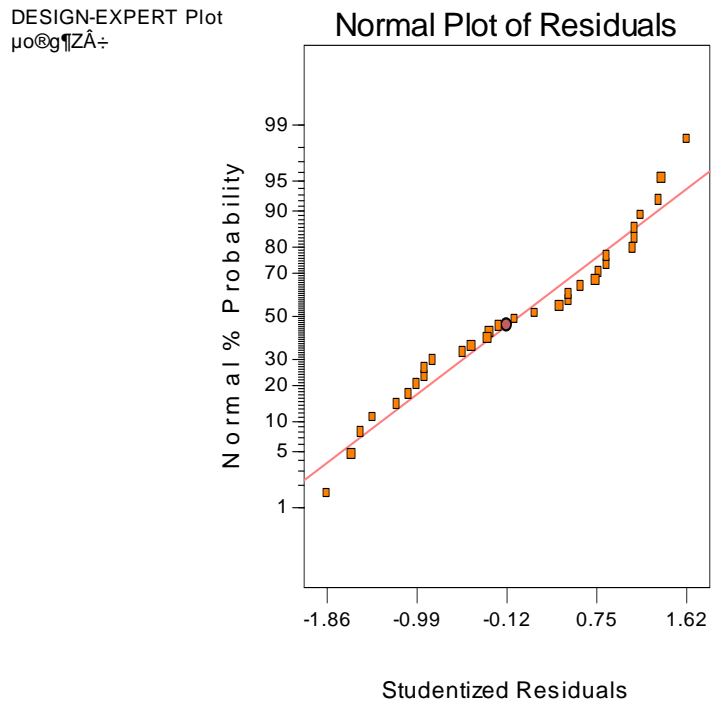
Factor	Coefficient Estimate	DF	Standard Error	95% CI Low	95% CI High	VIF
Intercept	79.9375	1	1.168014	77.52683661	82.34816339	
A-火柴長短	-1.875	1	1.168014	-4.285663394	0.535663394	1
B-火柴品牌	7.375	1	1.168014	4.964336606	9.785663394	1
C-發射管	5.375	1	1.168014	2.964336606	7.785663394	1
D-火力大小	-5.9375	1	1.168014	-8.348163394	-3.526836606	1
AD	4.25	1	1.168014	1.839336606	6.660663394	1
CD	4.75	1	1.168014	2.339336606	7.160663394	1
ABC	-2.625	1	1.168014	-5.035663394	-0.214336606	1

Final Equation in Terms of Coded Factors:

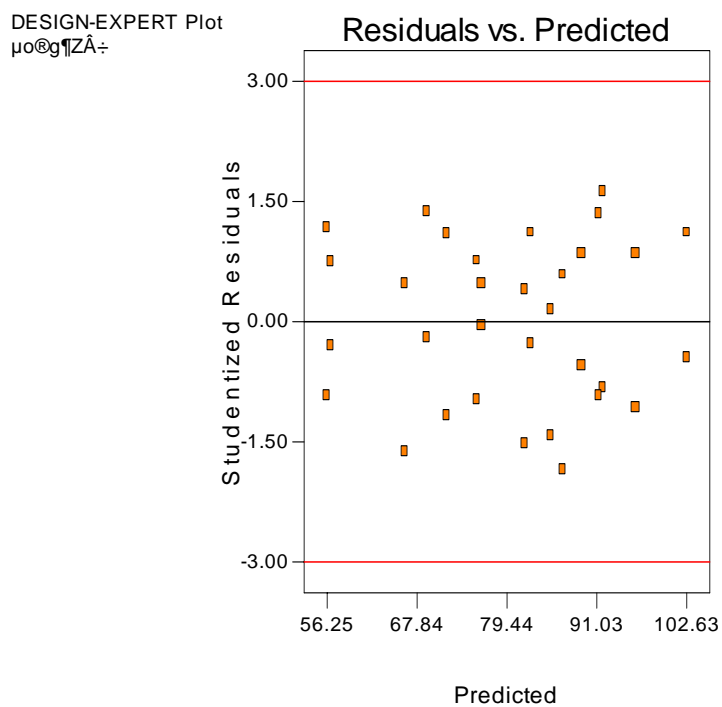
$$\begin{aligned} \text{發射距離} &= \\ &79.9375 \\ &-1.875 * A \\ &7.375 * B \\ &5.375 * C \\ &-5.9375 * D \\ &4.25 * A * D \\ &4.75 * C * D \\ &-2.625 * A * B * C \end{aligned}$$

## Residual Analysis

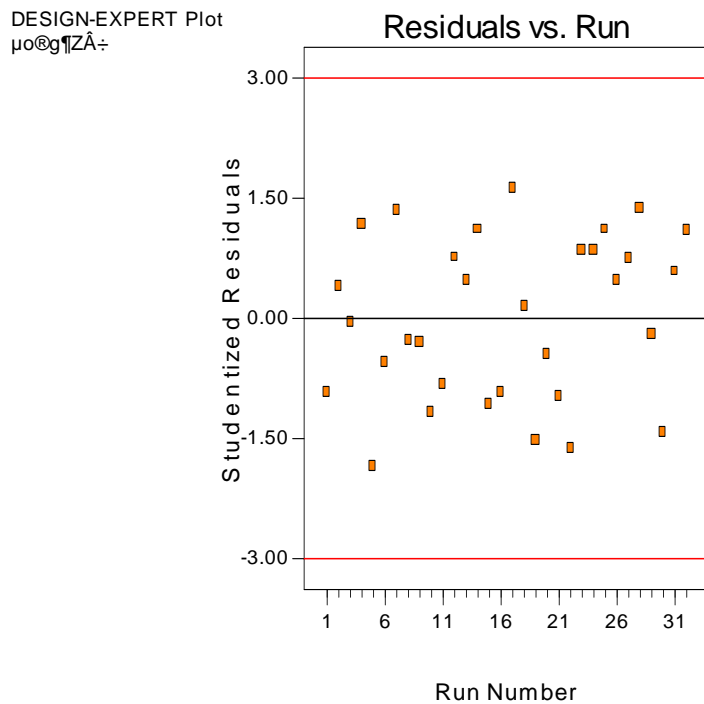
觀察常態殘差機率分佈圖，大致上呈現一直線，為常態分佈。



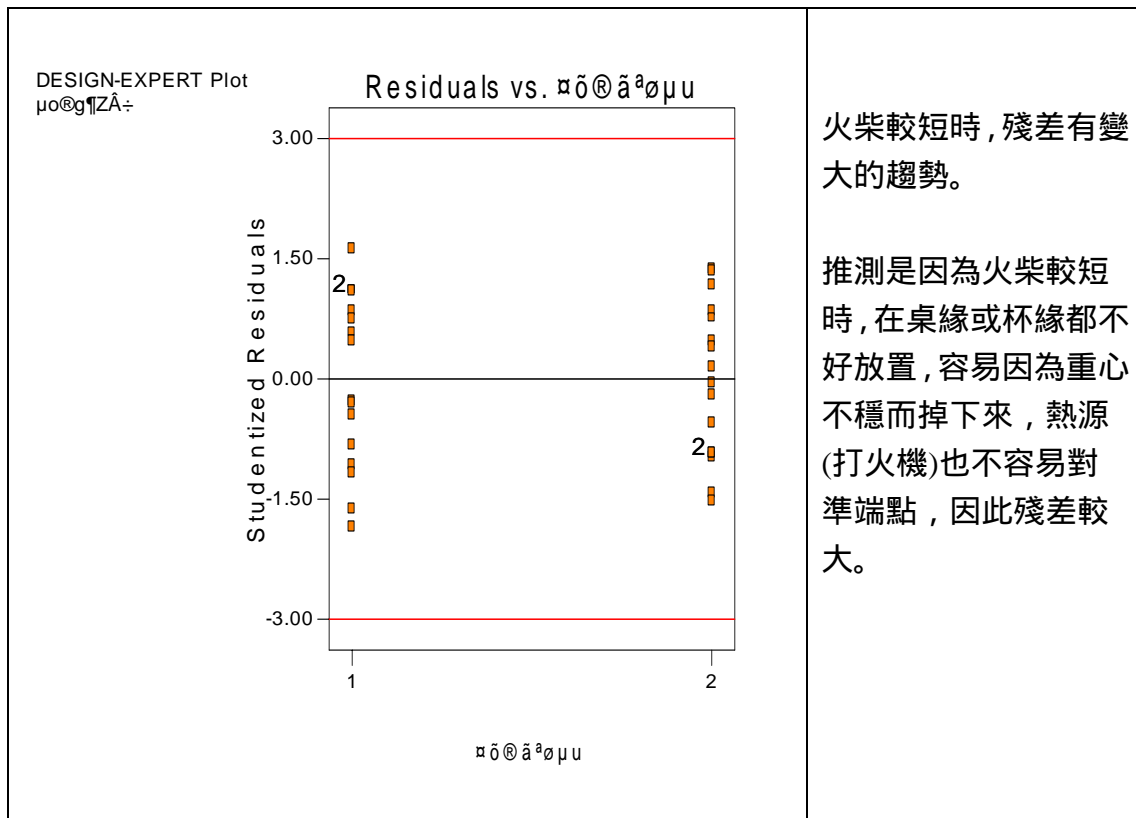
觀察常態殘差與預測值分佈圖，並未看出有明顯的形狀，表示殘差是無結構的，符合模型基本假定。



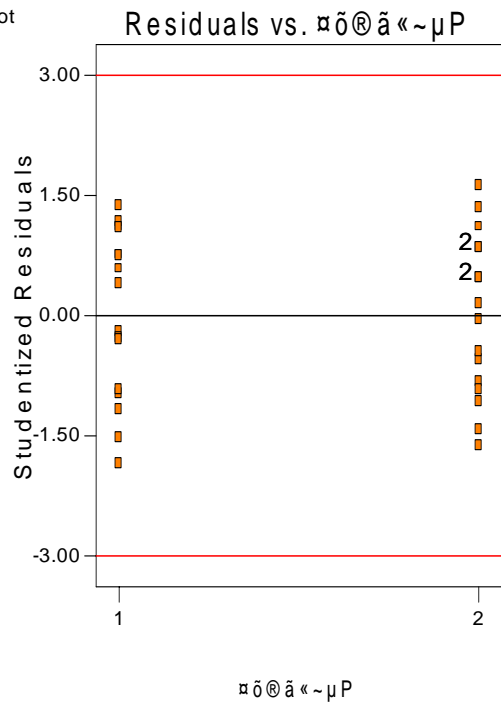
殘差對資料蒐集順序之分佈圖。亦未看出明顯形狀，並未違反獨立假定或常數變異數假定。



以殘差與因子之分佈圖來看：

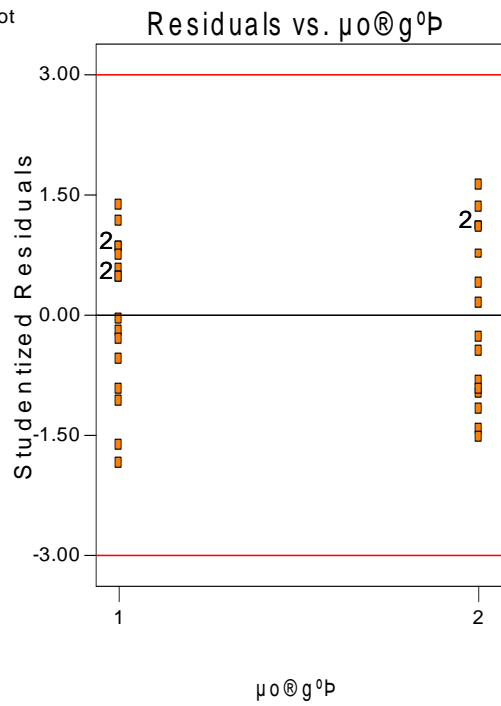


DESIGN-EXPERT Plot  
 $\mu_{0g} \sim \mu P$

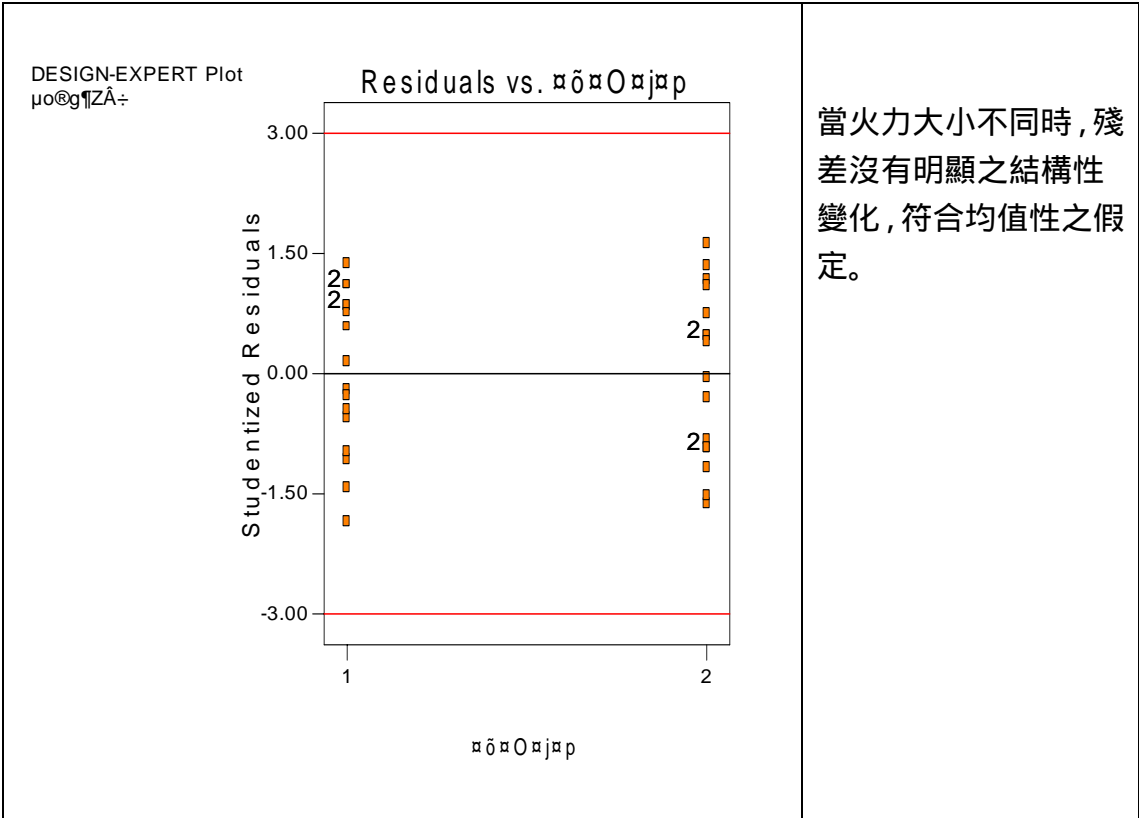


當火柴品牌不同時，殘差沒有明顯之結構性變化，符合均值性之假定。

DESIGN-EXPERT Plot  
 $\mu_{0g} \sim \mu P$

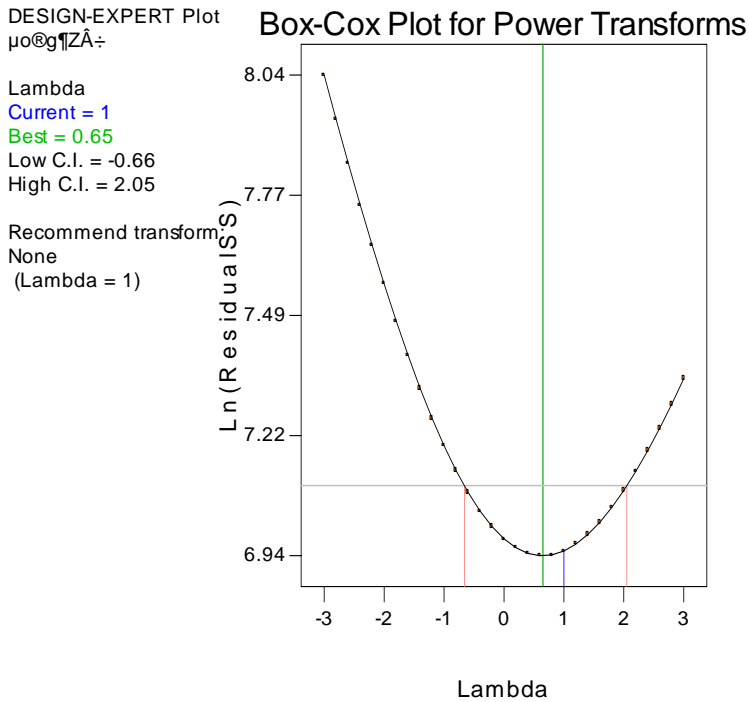


當發射平面不同時，殘差沒有明顯之結構性變化，符合均值性之假定。



由於部分因子殘差有變大的趨勢，我們考慮是否使用 transform。

根據 Box Cox 圖，藍線 1 落在紅線範圍中，可見 Design Expert 認為並無 transform 之必要。本組自行試驗數種 transform，也沒有解決殘差之問題，不會讓 model 更符合均值性假設。



## (九)結論

根據 model，顯著因子為 B(火柴品牌)、C(發射表面)、D(火力大小)、AD、CD、ABC。B、C 為正向影響，D 為負向影響。表示在使用盒裝火柴、使用玻璃杯作為發射平台、打火機火力小的情況下，會有較佳的表現。

利用 Design Expert 進行 Optimization:

Constraints

Name	Goal	Lower Limit	Upper Limit	Lower Weight	Upper Weight	Importance
火柴長短	is in range	短	長	1	1	3
火柴品牌	is in range	散裝	盒裝	1	1	3
發射管	is in range	桌面	玻璃杯	1	1	3
火力大小	is in range	-	+	1	1	3
發射距離	maximize	51	109	1	1	3

Solutions

Number	火柴長短	火柴品牌	發射管	火力大小	發射距離	Desirability
1	短	盒裝	玻璃杯	-	102.625	0.890086

run 14 結果為 109cm，是實驗中最佳之表現，符合 model 之最佳化預測。

就火柴品牌而言，盒裝火柴柄部為紙質，重量較輕，前端塗磷的量也較多，燃燒較劇烈，容易飛得遠。發射管方面，玻璃杯摩擦力較小，較容易射出。火力大小方面，火力小的情況下，火柴尖端可緩慢而均勻的受熱，不會產生鋁箔紙燒破、氣流亂衝的狀況。

AD、CD 這兩個交叉項顯著，本組認為是因為打火機加熱的過程與火柴長短及發射平台息息相關。火柴短時容易因為重心不穩而掉下(包了鋁箔紙的火柴頭很重，火柴木柄的部分則很輕)，實驗人員會盡量把火柴往裡放，只露一小節火柴頭出來，用手壓著的打火機很難湊過去，加熱不易。另外，玻璃杯的形狀比桌緣更容易讓打火機靠近，加熱方便。

建議改善方法：

- 改良發射平台：不論火柴長短，都要能穩穩的放在發射台上，不會掉落。
- 改良火源：例如使用火鍋店中常見的瓦斯爐點火用的點火槍，尖端細長，不易受到發射台形狀限制，火源也比較穩定。